Interferenz-Erscheinungen bei Röntgenstrahlen.

Von **W. Friedrich, P. Knipping** und **M. Laue.**

Vorgelegt von A. Sommerfeld in der Sitzung am 8. Juni 1912.

Theoretischer Teil

von **M. Laue.**

Einleitung. Barklas[1]) Untersuchungen in den letzten Jahren haben gezeigt, daß die Röntgenstrahlen in der Materie eine Zerstreuung erfahren, ganz entsprechend der Zerstreuung des Lichtes in trüben Medien, daß sie aber noch daneben im allgemeinen die Atome des Körpers zur Aussendung einer spektral homogenen Eigenstrahlung (Fluoreszenzstrahlung) anregen, welche ausschließlich für den Körper charakteristisch ist.

Andererseits ist schon seit 1850 durch Bravais in die Kristallographie die Theorie eingeführt, daß die Atome in den Kristallen nach Raumgittern angeordnet sind. Wenn die Röntgenstrahlen wirklich in elektromagnetischen Wellen bestehen, so war zu vermuten, daß die Raumgitterstruktur bei einer Anregung der Atome zu freien oder erzwungenen Schwingungen zu Interferenzerscheinungen Anlaß gibt; und zwar zu Interferenzerscheinungen derselben Natur wie die in der Optik bekannten Gitterspektren. Die Konstanten dieser Gitter lassen sich aus dem Molekulargewicht der kristallisierten Verbindung, ihrer Dichte und der Zahl der Moleküle pro Grammolekül,

[1]) C. G. Barkla, Phil. Mag., z. B. 22, 396, 1911.

sowie den kristallographischen Daten leicht berechnen. Man findet für sie stets die Größenordnung 10^{-8} cm, während die Wellenlänge der Röntgenstrahlen nach den Beugungsversuchen von Walter und Pohl[1]) und nach den Arbeiten von Sommerfeld und Koch[2]) von der Größenordnung 10^{-9} cm sind. Eine erhebliche Komplikation freilich bedeutet es, daß bei den Raumgittern eine dreifache Periodizität vorliegt, während man bei den optischen Gittern nur in einer Richtung, höchstens (bei den Kreuzgittern) in zwei Richtungen periodische Wiederholungen hat.

Die Herren Friedrich und Knipping haben auf meine Anregung diese Vermutung experimentell geprüft. Über die Versuche und ihr Ergebnis berichten sie selbst im zweiten Teil der Veröffentlichung.

Die Theorie und ihr qualitativer Vergleich mit der Erfahrung. Wir wollen den oben angedeuteten Gedanken mathematisch zu fassen suchen. Den Ort der Mittelpunkte der Atome bestimmen wir durch die rechtwinkligen Koordinaten x, y, z, deren Achsenkreuz seinen Ursprung im Mittelpunkt eines beliebigen Atoms im durchstrahlten Teil des Kristalles hat. Das Raumgitter gehöre dem allgemeinsten, d. h. dem triklinen Typus an; die Kanten seiner Elementarparallelepipede mögen also beliebige Längen haben und beliebige Winkel miteinander einschließen. Durch spezielle Wahl dieser Längen und Winkel kann man immer zu Raumgittern anderer Typen übergehen. Stellen wir diese Kanten nach Länge und Richtung durch die Vektoren $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ dar, so liegen die Mittelpunkte eines Atoms an einem Ort

$$
1)\qquad \begin{aligned}
x &= m\,\mathfrak{a}_{1x} + n\,\mathfrak{a}_{2x} + p\,\mathfrak{a}_{3x} \\
y &= m\,\mathfrak{a}_{1y} + n\,\mathfrak{a}_{2y} + p\,\mathfrak{a}_{3y} \\
z &= m\,\mathfrak{a}_{1z} + n\,\mathfrak{a}_{2z} + p\,\mathfrak{a}_{3z}\,,
\end{aligned}
$$

[1]) B. Walter und R. Pohl, Ann. d. Phys. 25, 715, 1908; 29, 331, 1909.

[2]) A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. 38, 473, 1912; P. P. Koch, Ann. d. Phys. 38, 507, 1912.

wobei m, n, p positive oder negative, das Atom numerierende ganze Zahlen (einschließlich der Null) sind.

Für die Schwingung eines einzelnen Atoms wollen wir zunächst einmal die Annahme machen, daß sie rein sinusförmig verläuft. Dies kann hier natürlich ebensowenig wie in der Optik streng richtig sein. Aber ebenso wie in der Optik kann man spektral inhomogene Strahlung durch Fouriersche Zerlegung auf Sinusschwingungen zurückführen. Die von einem Atom ausgehende Welle können wir dann in großer Entfernung vom Atom darstellen durch den Ausdruck

$$2) \qquad \Psi \frac{e^{-ikr}}{r},$$

wo r den Betrag des Radiusvektors vom Atom zum Aufpunkt bedeutet, Ψ eine Funktion seiner Richtung und $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ist, wo λ die Wellenlänge der später interferierenden Röntgenstrahlen darstellt. Wäre, wie man es in der Optik gewohnt ist, das Atom klein gegen die Wellenlänge, so wäre Ψ eine Konstante[1]). Hier aber muß man mit der Möglichkeit rechnen, und die Versuchsergebnisse legen die Vermutung nahe, daß infolge der mit der Wellenlänge vergleichbaren Abmessung des Atoms Richtungsunterschiede auftreten. Berücksichtigt man ferner noch, daß die anregende Schwingung in (als eben vorausgesetzten) Wellen mit Lichtgeschwindigkeit fortschreitet, so sieht man, daß man noch den Faktor $e^{-ik(x\alpha_0 + y\beta_0 + z\gamma_0)}$ hinzu-

[1]) Vgl. H. v. Helmholtz, Abh. I, p. 331.

Gehen von beliebig vielen, in einem endlichen Bereich liegenden Strahlungsquellen Kugelwellen aus, so ist die Erregung in einem Punkte, für welchen der Radiusvektor vom Mittelpunkte des Bereiches den gegen dessen Abmessungen großen Betrag r und die Richtungskosinus α, β, γ hat:

$$\sum_n \frac{e^{-ik(r_n - \vartheta_n)}}{r_n} = \frac{e^{-ikr}}{r} \cdot \sum_n e^{ik(x_n \cdot \alpha + y_n \cdot \beta + z_n \cdot \gamma) - i\vartheta_n}.$$

Diese Summe ist im allgemeinen einen Funktion von α und β. Sind aber alle x_n, y_n, z_n klein gegen λ, so wird sie konstant.

fügen muß, wenn α_0, β_0, γ_0 die Richtungskosinus der einfallenden primären Röntgenstrahlen sind. Über Einzelheiten des Anregungsvorganges brauchen wir dabei keine weitere Voraussetzung zu machen, als daß er bei allen Atomen gleich erfolgt. Insbesondere ist es für den weiteren Verlauf des Vorganges vollkommen dasselbe, ob die Schwingungen im Atom durch Schwingungen gleicher Frequenz in der primären Strahlung erzwungen oder ob es durch die primäre Strahlung einmal angeregte, sonst aber freie Eigenschwingungen sind. Stets finden wir als Superpositionseffekt aller Elementarwellen

3) $$\Sigma \Psi \frac{e^{-ik(r + x\alpha_0 + y\beta_0 + z\gamma_0)}}{r}.$$

Wir berechnen diese Summe nur für Aufpunkte, deren Abstand sehr groß ist gegen die Abmessungen des durchleuchteten Kristallstücks, und benutzen die auch sonst in der Gittertheorie übliche Näherung, d. h. wir setzen für das r im Nenner den Betrag R des Radiusvektors vom Nullpunkt des Achsenkreuzes zum Aufpunkt und geben der Richtungsfunktion Ψ den Wert, welcher dessen Richtung (α, β, γ) entspricht. Für das r im Exponenten setzen wir aber den Näherungswert:

$$r = R - (x\alpha + y\beta + z\gamma).$$

Unter Berücksichtigung von (1) geht somit die Summe (3) über in:

4) $$\begin{aligned} &\Psi(\alpha, \beta) \frac{e^{-ikR}}{R} \Sigma e^{ik[x(\alpha - \alpha_0) + y(\beta - \beta_0) + z(\gamma - \gamma_0)]} \\ &= \Psi(\alpha, \beta) \frac{e^{-ikR}}{R} \Sigma_m \Sigma_n \Sigma_p e^{i(mA + nB + pC)}, \end{aligned}$$

wo zur Abkürzung

5) $$\begin{aligned} A &= k[\mathfrak{a}_{1x}(\alpha - \alpha_0) + \mathfrak{a}_{1y}(\beta - \beta_0) + \mathfrak{a}_{1z}(\gamma - \gamma_0)] \\ B &= k[\mathfrak{a}_{2x}(\alpha - \alpha_0) + \mathfrak{a}_{2y}(\beta - \beta_0) + \mathfrak{a}_{2z}(\gamma - \gamma_0)] \\ C &= k[\mathfrak{a}_{3x}(\alpha - \alpha_0) + \mathfrak{a}_{3y}(\beta - \beta_0) + \mathfrak{a}_{3z}(\gamma - \gamma_0)] \end{aligned}$$

gesetzt ist. Denken wir uns den durchstrahlten Teil von Ebenen begrenzt, welche zu den Seiten eines Elementarparallelepipedes parallel sind, so ist die Summation nach m von einer Zahl

$-M$ bis zu $+M$, nach n von $-N$ bis $+N$, nach p von $-P$ bis $+P$ auszuführen. Die Lage der Intensitätsmaxima ist von derartigen Annahmen nicht abhängig[1]). Die Intensität der Schwingung (4) wird dann:

$$6)\qquad \frac{|\Psi(\alpha, \beta)|^2}{R^2} \frac{\sin^2 MA}{\sin^2 \frac{1}{2} A} \frac{\sin^2 NB}{\sin^2 \frac{1}{2} B} \frac{\sin^2 NC}{\sin^2 \frac{1}{2} C}.$$

Jeder dieser Sinusquotienten erreicht sein Maximum bekanntlich, wenn sein Nenner verschwindet. Die Bedingungen für die Maxima lauten also:

$$7)\qquad \begin{aligned} A &= 2h_1\pi \text{ d.h. } \mathfrak{a}_{1x}\alpha + \mathfrak{a}_{2y}\beta + \mathfrak{a}_{1z}\gamma = h_1\lambda + \mathfrak{a}_{1x}\alpha_0 + \mathfrak{a}_{1y}\beta_0 + \mathfrak{a}_{1z}\gamma_0 \\ B &= 2h_2\pi \quad \text{„} \quad \mathfrak{a}_{2x}\alpha + \mathfrak{a}_{2y}\beta + \mathfrak{a}_{2z}\gamma = h_2\lambda + \mathfrak{a}_{2x}\alpha_0 + \mathfrak{a}_{2y}\beta_0 + \mathfrak{a}_{1z}\gamma_0 \\ C &= 2h_3\pi \quad \text{„} \quad \mathfrak{a}_{3x}\alpha + \mathfrak{a}_{3y}\beta + \mathfrak{a}_{3z}\gamma = h_3\lambda + \mathfrak{a}_{3x}\alpha_0 + \mathfrak{a}_{3y}\beta_0 + \mathfrak{a}_{1z}\gamma_0. \end{aligned}$$

Die links stehenden Summen sind gleich der Länge je einer Kante multipliziert mit dem Kosinus des Winkels zwischen ihr und der Richtung α, β, γ. Jede der Gleichungen (7) stellt somit eine Schar von Kreiskegeln dar, deren Achse mit der Richtung einer der Kanten $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ zusammenfällt[2]). Nun wird es freilich nur in Ausnahmefällen vorkommen. daß eine Richtung allen drei Bedingungen gleichzeitig genügt. Darin liegt die Komplikation gegenüber dem einfachen oder dem Kreuzgitter. Dennoch ist ein sichtbares Intensitätsmaximum zu erwarten, wenn die Schnittlinie zweier Kegel der ersten beiden Scharen einem Kegel der dritten Schar nahe liegt. Wir wollen diese Verhältnisse etwas näher betrachten für den in Fig. 5, Tafel II abgebildeten Fall, in welchem ein regulärer Kristall in Richtung einer der Kanten $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ durchstrahlt wird.

In diesem Falle erhalten die drei Kanten die gleiche Länge a und stehen senkrecht aufeinander, so daß wir in ihre Richtungen die Koordinatenachsen legen können. Da dann

---

[1]) Damit stimmt die Beobachtung überein. S. p. 318 letzter Absatz.

[2]) Man macht sich, wie in der Gittertheorie, leicht an der elementaren geometrischen Konstruktion des Gangunterschiedes zwischen zwei parallelen. von benachbarten Teilchen ausgehenden Strahlen klar, daß dieser Gangunterschied auf den genannten Kegeln konstant ist.

$$\mathfrak{a}_{1y} = \mathfrak{a}_{1z} = \mathfrak{a}_{2x} = \mathfrak{a}_{2z} = \mathfrak{a}_{3x} = \mathfrak{a}_{3y} = 0, \quad \mathfrak{a}_{1x} = \mathfrak{a}_{2y} = \mathfrak{a}_{3z} = a,$$

ferner

$$\alpha_0 = 0, \quad \beta_0 = 0, \quad \gamma_0 = 1$$

wird, so gehen die Gleichungen (7) über in:

$$8) \qquad \alpha = h_1 \frac{\lambda}{a}, \quad \beta = h_2 \frac{\lambda}{a}, \quad 1 - \gamma = h_3 \frac{\lambda}{a}.$$

Auf einer zum einfallenden Strahl senkrechten photographischen Platte sind die Kurven $\alpha = \text{const.}$ und $\beta = \text{const.}$ Hyperbeln, deren Mittelpunkt im Durchstoßpunkt des primären Strahles liegt und deren Achsen aufeinander senkrecht stehen. Wären nur die beiden ersten Bedingungen in 8) zu erfüllen, so sähe man das bekannte Kreuzgitterspektrum, bei dem an jedem Schnittpunkte zweier Hyperbeln ein Intensitätsmaximum liegt. So aber wählen die Kreise $\gamma = \text{const.}$, deren Mittelpunkt ebenfalls im Durchstoßpunkt des primären Strahles liegt, aus diesen Kreuzgitterspektren diejenigen aus, welche einem von ihnen hinreichend nahe liegen, d. h. man wird auf der Platte diese Kreise nicht ganz, sondern nur in einzelnen Punkten vertreten sehen. Dies ist aber in der Tat der Eindruck, welchen die Figur macht. Die Kreise

$$9) \qquad 1 - \gamma = h_3 \frac{\lambda}{a},$$

welche der Periodizität in der Strahlrichtung ihre Entstehung verdanken, haben in der Optik ein schon seit Newton bekanntes Analogon in den sogenannten Queteletschen Ringen[1]; diese treten bei Bestäubung einer ebenen, auf der Rückseite stark reflektierenden Glasplatte im Fraunhoferschen Beugungsbild auf. Es interferieren nämlich die von einem und demselben Staubteilchen aus dem einfallenden und aus dem gespiegelten Licht abgebeugten Wellen miteinander. Bei senkrechter Incidenz liegen die Maxima auf den durch Gleichung 9) angegebenen Kreisen, sind aber viel flacher als in unserem

[1] Vgl. z. B. A. Winkelmann, Handbuch der Physik VI, Leipzig 1906, p. 1083.

Falle, weil nur zwei Wellen interferieren. Ließen sich die Staubteilchen zum regelmäßigen Kreuzgitter anordnen, so ließe sich die Analogie zu den obigen Interferenzen an Kristallen zweifellos noch weiter treiben.

Es muß beachtet werden, daß bei gegebenem Raumgitter die Einteilung in Elementarparallelepipede keine eindeutige ist, sondern auf unendlich viele Arten vorgenommen werden kann. Beim regulären Raumgitter z. B. kann man statt in Würfel in solche Parallelepipede zerlegen, deren eine Seite die Diagonale einer Würfelfläche ist und somit die Richtung einer zweizähligen Symmetrieachse hat. Die Intensitätsmaxima müssen sich nach dem obigen auch zu durchbrochenen Kegelschnitten um solche Achsen zusammenfassen lassen, wie überhaupt zu jeder derartigen Einteilung eine Art, die Maxima zusammenzufassen, gehört. In der Tat bestätigt Fig. 12, Tafel V, daß die Flecken sich zu Kreisen um eine zweizählige Achse anordnen, wenn man in Richtung dieser den regulären Kristall durchstrahlt und die photographische Platte dazu senkrecht stellt. Auch in den komplizierteren Figuren hat man stets den Eindruck, daß sich die Intensitätsmaxima zu durchbrochenen Kegelschnitten verbinden lassen. Soviel bisher zu sehen ist, läßt sich die Theorie unter der Annahme mehrerer Wellenlängen von $0{,}038 . a$ bis $0{,}15 . a$ gut der vierzählig symmetrischen Aufnahme (Fig. 5, Tafel II) anpassen. Da a für Zinksulfid gleich $3{,}38 . 10^{-8}$ cm ist, würden sich daraus die Wellenlängen in dem Intervall von $1{,}3 . 10^{-9}$ bis $5{,}2 . 10^{-9}$ cm ergeben.

Trotz dieser Übereinstimmung darf nicht verschwiegen werden, daß unsere Theorie auf jeden Fall weitgehender Verbesserung bedarf. Die Wärmebewegung bei den Molekülen verrückt diese nämlich schon bei Zimmertemperatur um einen erheblichen Bruchteil der Gitterkonstanten und infolgedessen um ein Vielfaches der Wellenlänge, ein Umstand, der durchaus der Berücksichtigung bedarf. Deshalb wäre es auch voreilig, wenn man aus dem Ausdruck 6) Schlüsse auf die Schärfe der Interferenzmaxima schließen wollte.

Daß von allen bisher untersuchten Kristallen mit Ausnahme des Diamants die Intensitätsmaxima auf einen spitzen Winkel gegen die Richtung des primären Strahles beschränkt sind, statt nach allen Richtungen auszugehen, wie man zunächst nach Gleichung 6) erwarten könnte, wird man wohl auf die Richtungsfunktion Ψ zurückführen müssen; doch ist es auch denkbar, daß die Wärmebewegung zur Erklärung herangezogen werden muß.

Allgemeine Folgerungen. Diskutieren wir zum Schluß noch ohne allen Bezug auf die Formel die Frage, inwiefern diese Versuche für die Wellennatur der Röntgenstrahlen sprechen.

Daß die vom Kristall ausgehende Strahlung Wellencharakter trägt, ist wohl durch die Schärfe der Intensitätsmaxima bewiesen, welche als Interferenzphänomen leicht, auf Grund korpuskularer Vorstellungen aber wohl kaum verständlich ist; daneben auch durch ihre große Durchdringungsfähigkeit, welche von allen bekannten Korpuskularstrahlen nur die schnellsten β-Strahlen erreichen. Dennoch könnte man aber vielleicht die Wellennatur der primären Strahlen bezweifen. Denken wir nun einmal, die Atome des Kristalls würden im Fall von Fig. 5, Tafel II durch eine Korpuskularstrahlung angeregt. (Die von manchen Forschern angenommene Lichtquantenstruktur der Röntgenstrahlen kann hier unter der Bezeichnung korpuskulare Strahlung mit einbegriffen werden.) Zu kohärenten Schwingungen könnten dabei nur solche Reihen von Atomen kommen, welche von demselben Korpuskel getroffen werden, d. h. Reihen, welche zur z-Richtung parallel sind. Atome, welche in der x- oder y-Richtung einen gewissen Abstand voneinander haben, würden von verschiedenen Korpuskeln angeregt; eine bestimmte Phasendifferenz zwischen ihren Schwingungen könnte nicht auftreten. Infolgedessen würde von dem Intensitätsausdruck 6) nur ein Sinusquotient übrig bleiben; wir erhielten nur eine Bedingung für ein Intensitätsmaximum und diese wäre, wie schon aus Symmetriegründen einleuchtet, auf Kreisen um den Durchstoßpunkt des

primären Strahles erfüllt. Die Durchbrechung dieser Kreise, die doch tatsächlich auftritt, wäre danach unverständlich. Zudem aber sind die primären und die vom Kristall ausgehenden Strahlen allem Anschein nach so gleichartig, daß man von der Wellennatur der letzteren wohl ziemlich sicher auf die Wellennatur der ersteren schließen kann. Ein Unterschied freilich bleibt bestehen: Die vom Kristalle ausgehende Strahlung hat sicher eine erhebliche spektrale Homogenität, d. h. eine gewisse Periodizität. Die primäre Strahlung hingegen wird man nach Sommerfelds Vorstellungen wohl, soweit sie „Bremsstrahlung" ist, als aus durchaus unperiodischen Impulswellen bestehend annehmen müssen; die im folgenden mitgeteilten Versuche sind jedenfalls mit dieser Annahme verträglich. Unentschieden bleibe vorläufig, ob die periodische Strahlung erst im Kristall durch Fluoreszenz entsteht oder ob sie neben den Impulsen schon in der primären Strahlung vorhanden ist und durch den Kristall nur ausgesondert wird[1]). Doch scheint uns Hoffnung zu bestehen, daß weitere Versuche bald darüber Aufschluß geben werden.

Experimenteller Teil

von **W. Friedrich** und **P. Knipping.**

Zur experimentellen Prüfung der im vorhergehenden Teil beschriebenen Überlegungen wurde nach einigen Vorversuchen mit einem provisorischen Apparat folgende definitive Versuchsanordnung verwandt, die in Fig. 1 schematisch abgebildet ist. Von den von der Antikathode A einer Röntgenröhre ausgehenden Röntgenstrahlen wird ein schmales Bündel von ca. 1 mm Durchmesser durch die Blenden B_1 bis B_4 ausgeblendet. Dieses Bündel durchsetzt den Kristall Kr, der in einem Goniometer G aufgestellt ist. Um den Kristall waren in verschiedenen Richtungen und Abständen photographische Platten P angebracht,

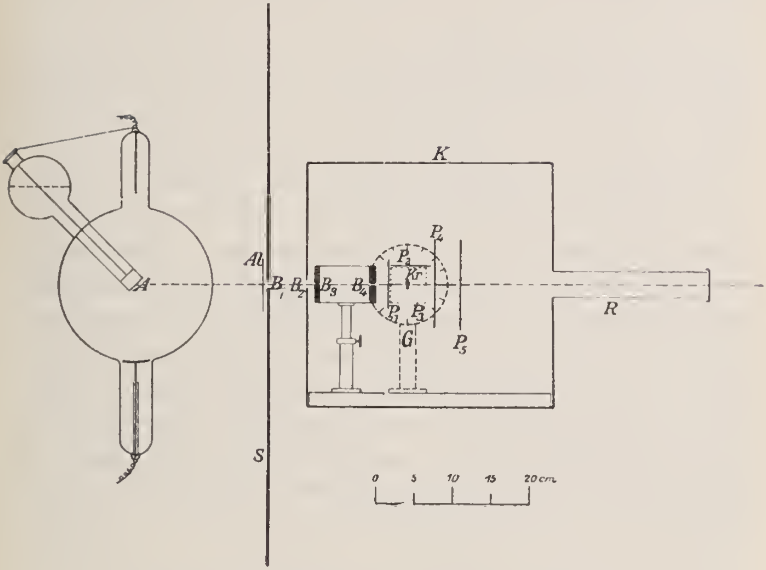
---

[1]) Vgl. auch p. 322.

auf denen sich die Intensitätsverteilung der vom Kristall ausgehenden Sekundärstrahlen registrierte. Gegen nicht gewollte Strahlen war die Anordnung durch einen großen Bleischirm S sowie durch den Bleikasten K in genügender Weise geschützt. Die Größe der wichtigen Teile der Versuchsanordnung lassen sich aus der Fig. 1 entnehmen, die im Maßstab 1 : 10 gezeichnet ist.

Die Einstellung der gesamten Versuchsanordnung wurde auf optischem Wege bewerkstelligt. Ein Kathetometer, dessen Fernrohr mit einem Fadenkreuz versehen war, hatten wir ein für allemal unverrückbar aufgestellt. Der Reihe nach wurden Brennfleck der Antikathode, Blenden und Goniometerachse in die optische Achse des Fernrohrs gebracht. Auf diese Weise konnten wir die recht umständliche Einstellung mit Röntgenstrahlen durch die viel bequemere optische ersetzen. Kontrollversuche mit Röntgenstrahlen selbst erwiesen auch, daß diese Justierung auf optischem Wege völlig ausreichend war. Die Blenden B_1 bis B_3 schirmten hauptsächlich die Sekundärstrahlen der Röhrenwände ab, während die eigentliche Begrenzung für das auf den Kristall auffallende Röntgenstrahlenbündel die Blende B_4 bildete. Diese hatte gewöhnlich 0,75 mm Durchmesser, war in eine 10 mm dicke Bleischeibe gebohrt und konnte vermittelst dreier Stellschrauben (nicht gezeichnet) so justiert werden, daß die Achse des Loches genau mit der Fernrohrachse resp. Achse des Strahlenbündels zusammenfiel. Hierdurch wurde erreicht, daß ein Strahlenbündel von kreisrundem Querschnitt auf den Kristall fiel; ferner wurde hierdurch das Maß der von der Wand jener Blende B_4 ausgehenden Sekundärstrahlen auf ein Minimum reduziert, was nötig war, um den Plattenschleier möglichst zu unterdrücken. Um diese Einstellung auch während der Aufnahme kontrollieren zu können, photographierten wir das Primärbündel, nachdem es den Schutzkasten durch ein langes Ansatzrohr R verlassen hatte, zu welchem Zwecke eine eigene Kassette am Ende dieses Rohres angebracht war (nicht mitgezeichnet). Das Rohr R diente sonst dazu, die Sekundärstrahlen, die bei dem Auftreffen der Primärstrahlen auf die hintere Kastenwand entstehen würden, möglichst zu vermeiden.

Fig. 1.



Abstand	Antikathode-Kristall	350 mm
„	Kristall-P_1 resp. P_2 resp. P_3 .	25 „
„	Kristall-P_4	35 „
„	Kristall-P_5	70 „

Nach diesen Justierungen, deren Güte wir vor jeder Aufnahme kontrollierten, wurde die Goniometerachse auf dem üblichen Wege senkrecht zum Strahlengang gerichtet. In gleicher Weise waren die verschiedenen Plattenhalter so justiert, daß die Primärstrahlen die aufgestellten Films resp. Platten senkrecht durchsetzten resp. parallel zu ihnen verliefen. Wenn der Apparat soweit orientiert war, wurde der zu bestrahlende Kristall, der mit einer Spur Klebwachs am Goniometertisch befestigt war, eingestellt und zwar wieder mit Hilfe des schon genannten Fernrohres in der bekannten Weise unter Benutzung eines „Signales". Diese — wie sich später zeigen wird — sehr wesentliche Justierung konnte von uns bis auf eine Minute genau vorgenommen werden. Als Aufnahmematerial benutzten wir, nachdem wir einige andere Sorten als nicht so

geeignet befunden hatten. Schleußner-Röntgen-Films, die mit Rodinal (1 : 15) entwickelt die besten Resultate lieferten.

Die Überschlagsrechnungen nach den bisherigen Erfahrungen über Sekundärstrahlen zeigten, daß recht beträchtliche Expositionszeiten notwendig waren. Die Belichtungszeiten bewegten sich bei 2—10 Milli-Ampère Belastung (je nach der 6 — 12 Wehnelt betragenden Härte der Röhre)[1]) zwischen 1 — 20 Stunden. Als Röntgenröhren kamen teils Intensivröhren von Gundelach, teils Rapidröhren mit Wasserkühlung von Müller zur Verwendung, die von einem 50 cm Klingelfuß-Induktor betrieben wurden. Als Unterbrecher gelangten teils ein Wehnelt-, teils ein mechanischer Unterbrecher zur Verwendung. Vor die Röntgenröhre wurden passende Ventilröhren zur Vermeidung von Schließungslicht geschaltet. Es wurde mit Pausen exponiert, um die Röhre nicht allzusehr zu erhitzen. Für die bisher ausgeführten Versuche erwies sich eine Härte von 8 — 10 Wehnelt als geeignet.

Vorversuche mit dem provisorischen Apparat[2]).

Da wir anfangs glaubten, es mit einer Fluoreszenzstrahlung zu tun zu haben, mußte ein Kristall verwendet werden, der Metall von beträchtlichem Atomgewicht als Bestandteil enthielt, um möglichst intensive und zugleich homogene Sekundärstrahlen zu erhalten, die für die Versuche am geeignetsten zu sein schienen. Nach Barkla kamen in erster Linie die Metalle vom Atomgewicht 50—100 in Betracht. Da wir vorderhand keinen guten Kristall, der derartige Metalle enthielt, zur Verfügung hatten, benutzten wir zu den Vorversuchen einen leidlich ausgebildeten Kupfervitriolkristall. Dieser wurde ziemlich willkürlich in den Apparat eingesetzt, und zwar fielen die

---

[1]) Zwei Härtemesser waren uns in dankenswerter Weise von der Firma Reiniger, Gebbert & Schall zur Verfügung gestellt.

[2]) Dieser war im Prinzip wie der spätere, nur einfacher gehalten und ohne genaue Einstellungsmöglichkeit. Die Blendöffnungen betrugen hierbei 3 mm.

Röntgenstrahlen ungefähr senkrecht auf eine Pinakoidfläche 3. Art (110) auf. Im Abstand von 40 mm von ihm waren zwei photographische Platten — entsprechend P_2 und P_4 in Fig. 1 — aufgestellt. Nach der Exposition war die obere Platte schwach, aber gleichmäßig geschwärzt, P_4 wies außer dem Durchstoßungspunkt der Primärstrahlen eine Reihe von anscheinend geordneten Flecken auf (siehe Tafel I, Fig. 1).

Um sicher zu sein, daß diese Flecken durch die Kristallstruktur des Kupfervitriols bedingt waren, wurden Kupfervitriolkristalle grob pulverisiert, in ein kleines Papierschächtelchen eingeschlossen und der vorhergehende Versuch bei sonst gleichen Bedingungen wiederholt. Die Platte P_2 zeigte keine Änderung, dagegen waren die großen geordneten Flecken auf P_4 verschwunden; statt dessen erschien der Durchstoßungsfleck mit einem Saum von vielen kleinen, unregelmäßig angeordneten Pünktchen umgeben (siehe Tafel I, Fig. 2). Die Vermutung, daß bei ganz fein pulverisiertem Material der Rest der Flecken verschwinden würde, fand seine Bestätigung durch den nächsten Versuch. En weiterer Versuch mit herausgenommenem Kristall bei sonst identischen Bedingungen zeigte, wie wohl zu erwarten war, daß die Platten bis auf den Durchstoßungspunkt der Primärstrahlen ungeschwärzt blieben.

Es folgten noch zwei Aufnahmen mit dem zuerst genannten Kupfervitriolkristall. Bei der einen wurde bei gleicher Orientierung der Kristall parallel zu sich verschoben, so daß eine andere Stelle des Kristalles durchstrahlt wurde; bei der zweiten der Kristall um einige Grade gegen die Röhre geneigt. Jene Aufnahme ist identisch mit Fig. 1, Tafel I, die Erscheinung ist unabhängig vom Ort der Durchstrahlung. Die andere Aufnahme zeigt, daß die Lage der sekundären Flecken von der Orientierung des Kristalles gegen die Einfallrichtung der Primärstrahlen abhängig ist.

Da die eben beschriebenen Versuche erwiesen hatten, daß die obigen Überlegungen experimentell verifizierbar sind, ließen wir den vorhin beschriebenen besseren Apparat bauen, stellten aber inzwischen weitere Versuche mit Zinkblende, Steinsalz

und Bleiglanz (Spaltstücke) an. Diese ergaben ganz ähnliche Resultate wie bei Kupfervitriol. Wir werden jedoch von einer Beschreibung derselben Abstand nehmen, weil, wie sich zeigen wird, eine genaue Orientierung der Kristalle notwendig war, um einen tieferen Einblick in die Erscheinungen zu gewinnen.

Versuche mit genauer Orientierung des Kristalles zur Richtung der Primärstrahlen.

Mit dem definitiven Apparat wurde zunächst die auf Fig. 1, Tafel I abgebildete Aufnahme wiederholt, und zwar wurden sämtliche in Fig. 1 angegebenen Platten aufgestellt[1]). Die Orientierung des Kupfervitrioles war möglichst dieselbe wie vorher. P_2 und P_3 zeigten gleichmäßige Schwärzung; P_1 wies bloß den Durchstoßungspunkt der Primärstrahlen auf. Auf P_4 und P_5 war eine ähnliche Figur wie bei Aufnahme 1 zu sehen; indessen waren jetzt entsprechend der kleineren Blendenöffnung die sekundären Flecken zusammengeschrumpft (siehe Tafel I, Fig. 3 und 4). Bemerkenswert ist, daß sich die Abstände (Kristall — P_4) zu (Kristall — P_5) verhalten wie die Größe der Figuren auf P_4 resp. P_5, wodurch erwiesen wurde, daß die Strahlung gradlinig vom Kristall ausgeht. Ferner ist zu beachten, daß die Größe der einzelnen Sekundärflecken trotz des größeren Abstandes der Platte P_5 vom Kristall dieselbe geblieben ist. Dies dürfte wohl ein Anzeichen dafür sein, daß die je einen Einzelfleck hervorrufenden Sekundärstrahlen als paralleles Bündel aus dem Kristall heraustreten.

Es ist zu erwarten, daß die Erscheinung bei Kristallen des regulären Systemes übersichtlicher und leichter verständlich wird wie bei dem triklinen Kupfervitriol, weil man wohl annehmen darf, daß das zugehörige Raumgitter von der größtmöglichen Einfachheit ist. Als geeignet erschien uns die reguläre Zinkblende, mit der wir, wie schon erwähnt, Vorversuche gemacht und beträchtliche Intensität der Sekundärstrahlen erhalten hatten. Wir ließen von Steeg & Reuter in

[1]) Blendenöffnung B_4 bei diesem Versuch 1,5 mm.

Homburg eine planparallele Platte aus einem guten Kristall parallel zu einer Würfelfläche (100) (senkrecht zu einer kristallographischen Hauptachse) schleifen von 10 × 10 mm Größe und 0,5 mm Dicke. Diese Platte wurde in der oben beschriebenen Weise genau orientiert, so daß die Primärstrahlen den Kristall senkrecht zur Würfelfläche durchsetzten. Das Resultat eines solchen Versuches zeigt uns Fig. 5[1]), Taf. II. Die Lage der sekundären Flecke ist völlig symmetrisch geworden in Bezug auf den Durchstoßungspunkt. Man kann in die Figur zwei Paare zueinander senkrecht stehende Symmetrieebenen einzeichnen. Nimmt man irgendeinen der Flecken aus der Figur heraus und liegt dieser nicht auf einer der Symmetrieebene, so kann man ihn durch Spiegelung und Drehung um 90° mit noch 7 zugehörigen Punkten zur Deckung bringen. Fällt ein Fleck mit einer Symmetrieebene zusammen, so kann man diesen naturgemäß nur mit noch 3 entsprechenden zur Deckung bringen. Dies entspricht der holoedrischen Symmetrie des regulären Systems, trotzdem die Zinkblende in eine hemiedrische Klasse gehört. Diese Tatsache, daß eine völlige Vierzähligkeit auf der Platte vorhanden ist, ist wohl einer der schönsten Beweise für das Raumgitter der Kristalle, und daß keine andere Eigenschaft als allein das Raumgitter hier in Betracht kommt. Denn die Raumgitter zeigen stets die holoedrische Symmetrie; Translationen von Raumgittern verschiedener Natur gegen einander, wie sie zur Erklärung der Hemiedrieen angenommen werden müssen, sind nach den Versuchen und unserer Theorie ohne Einfluß. Diese Anforderung der Symmetrie fand auch weiterhin ausnahmslos Bestätigung durch die Versuche. Einmal ließen wir die Primärstrahlen senkrecht auf eine Oktaederfläche (111), dann auf eine Rhombendodekaederfläche (110) auffallen. Fig. 7, Tafel III gibt die Dreizähligkeit wieder entsprechend der dreizähligen Achse, in der der Kristall bestrahlt

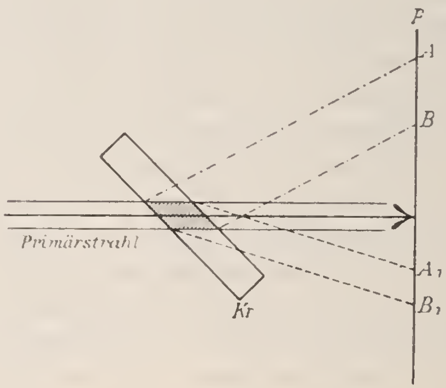
[1]) Die Aufnahme 9 Tafel IV wurde gemacht mit einem provisorisch aufgestellten Film in 10 mm Abstand vom Kristall. Bei Fig. 10, Tafel IV war der Film in doppeltem Abstand vom Kristall aufgestellt wie bei Fig. 5, Tafel II.

wurde: Fig. 12, Tafel V analog Zweizähligkeit, entsprechend der zweizähligen Achse. Über das Zustandekommen der letzteren vergleiche weiter unten.

Drehen wir den Kristall um den primären Strahl, so muß man aus dem Vorhergehenden schließen, daß sich das Bild auf der Platte mitdreht. In der Tat zeigten Versuche in dieser Richtung vollauf die Stichhaltigkeit dieses Schlusses.

Es war noch zu zeigen, eine wie genaue Orientierung des Kristalles erforderlich ist, um bei Wiederholung eines Versuches identische Bilder zu erhalten. Wir ließen den primären Strahl um 3⁰ gegen eine vierzählige Achse geneigt, doch so, daß die Ebene durch Strahl und Achse eine Symmetrieebene war, durch den Kristall gehen. Das Resultat dieses Versuches gibt Fig. 11, Tafel V. Wie wir sehen, ist die Vierzähligkeit verschwunden, wenngleich man noch die Mehrzahl der Flecken in Fig. 5, Tafel II wiedererkennen kann. Die eine Symmetrieebene zeigt sich auch hier. Ebenso ist Fig. 8, Tafel III durch Neigung des Kristalles um 3⁰ aus Fig. 7, Tafel III entstanden.

Fig. 2.



Drehten wir die senkrecht zur vierzähligen Achse geschliffene Platte so, daß der primäre Strahl sie parallel zu einer dreizähligen Achse durchsetzte, so ergab sich eine Figur,

die sich von Fig. 7, Tafel III nicht in der Lage der Flecke, sondern allein durch deren Größe unterschied. Auch nach der Symmetrie gleichberechtigte Flecken zeigten jetzt Größenunterschiede. Es beweist dies, daß die Begrenzung des durchstrahlten Kristallstückes ohne Einfluß auf die Lage der Intensitätsmaxima ist, während die Unterschiede in der Fleckengröße den Unterschieden der verschieden gerichteten Projektionen des durchsetzten Kristallstückes auf die photographische Platte entsprechen (siehe Fig. 2). Das schraffierte Gebiet stellt den durchleuchteten Teil des Kristalles *Kr* dar. AB und $A_1 B_1$ sind die Projektionen dieses Teiles auf die Platte P und geben die Größe der Flecken an. Drehten wir dieselbe Kristallplatte so, daß der primäre Strahl sie jetzt in der Richtung einer zweizähligen Symmetrieachse durchsetzte, so entstand die Fig. 12, Tafel V, die sich nur die ungleiche Größe entsprechender Flecke von einer Aufnahme unterschied, die wir mit einem zur zweizähligen Achse senkrechten Spaltstück gemacht hatten.

Außer den eben beschriebenen Versuchen haben wir weitere mit Zinkblende, Kupferkristall, Steinsalz und einer Diamantplatte angestellt. (Die Diamantplatte ist ein höchst dankenswertes Geschenk der Firma Ginsberg in Hanau an das physikalische Institut der Universität.) Wir sehen jedoch von der Mitteilung der Photogramme ab, weil die Versuche noch nicht abgeschlossen sind, hoffen aber in Kürze darüber berichten zu können. Wir wollen indessen noch auf zwei Versuchsergebnisse aus dieser Serie hinweisen, die uns von Bedeutung erscheinen.

Erstens haben wir beim Steinsalz gefunden, daß die Intensität der sekundären Flecke von der Dicke der durchstrahlten Schicht abhängt; denn bei gleicher Expositionszeit, gleicher Härte der Röhre und sonst gleichen Bedingungen war die Schwärzung bei 15 mm durchstrahlter Schicht des Kristalles wesentlich größer als bei einer 10 mal dünneren Schicht. Wir wollen diese Versuche mit anderem Material weiter fortführen.

Zweitens wollen wir einem Versuch mit dem Diamanten ein paar Zeilen widmen. Kohlenstoff zeigt nach Barkla keinerlei bisher nachgewiesene Eigenstrahlung. Es war also zu er-

warten, daß selbst bei erheblichen Expositionen die Platten außer der durch die zerstreute Strahlung hervorgerufenen allgemeinen Schwärzung keine Flecken wie bei den anderen Kristallen zeigten, wenn diese auf Eigenstrahlung des Kristalles beruhten. Entgegen dieser Vermutung wiesen nicht nur die hinteren Platten P_4 und P_5 ähnliche Erscheinungen wie bei den früheren Aufnahmen auf, sondern sogar die Platten P_1, P_2 und P_3 ließen deutliche Flecken erkennen[1]). Ob diese auffallende Tatsache zusammenhängt mit dem kleinen Atomvolumen im Vergleich zu dem der übrigen Kristalle oder mit dem anomalen Verhalten des Diamanten gegenüber den Wärmeschwingungen, welches sich an der spezifischen Wärme zeigt, wollen wir vorläufig dahingestellt sein lassen[2]). Entscheidende Versuche hierüber sind ebenfalls in Vorbereitung.

Neben diesen bis jetzt beschriebenen Untersuchungen, die den Zusammenhang der Lage der Sekundärflecken und der Gitterstruktur erforschen sollen, haben wir den Charakter der die Flecken hervorbringenden Strahlen untersucht. Daß wir es in der Tat mit sekundären Röntgenstrahlen zu tun haben, macht der Umstand wahrscheinlich, daß die Strahlen durch beträchtliche Schichten von Metallen hindurchgehen, z. B. durch die Plattenhalter aus Stahlblech. Vorläufige Härtemessungen wurden mit dem Zinkblendekristall, der senkrecht zur vierzähligen Achse geschliffen war, auf folgende Weise angestellt. Da wir das Schwärzungsgesetz der Röntgenstrahlen nicht kennen, ist die Intensität der Strahlen proportional der durch sie hervorgerufenen Schwärzung gesetzt und diese mit einem Hartmannschen Mikrophotometer ausgemessen. Die Kristallsymmetrie bedingt, daß je acht einem Kreise zugeordneten Flecke dieselbe Schwärzung haben, was in der Tat der Fall ist. Wir brachten nun vor die Platte P_5 ein Aluminiumblech von 3 mm Dicke an, welches zwei gegen-

[1]) Auch bei tagelanger Exposition haben wir bei anderen Kristallen niemals auf den Platten P_1, P_2 und P_3 etwas anderes als allgemeine Schwärzung erhalten.

[2]) Vgl. theor. Teil.

überliegende Viertel der Platte bedeckte, die anderen beiden freiließ. Das Primärbündel ging, um Sekundärstrahlen des Aluminiumblechs zu vermeiden, durch eine zentrale Öffnung hindurch. Die Schwärzungsmessungen, die in folgender Tabelle zusammengestellt sind, zeigen, daß der Absorptionskoeffizient der Strahlen ungefähr 3,84 cm^{-1} für Aluminium ist. In Kolonne 1 stehen die Durchmesser der Kreise, auf dem die zueinander gehörenden Flecken liegen. In der zweiten die Schwärzung der Flecken ohne Aluminiumblech, während in der dritten Kolonne die Schwärzung nach dem Durchgang der Strahlen durch das Aluminiumblech verzeichnet ist. In der vorletzten Spalte sind die Werte der Schleierschwärzung der Platten eingetragen, während in die letzte die nach dem bekannten Absorptionsgesetz berechneten Absorptionskoeffizienten k für Al stehen. Das Absorptionsgesetz ist als exponentiell angenommen. Eine nach derselben Methode ausgeführte Härtemessung beim Diamanten ergab eine Härte der sekundären Strahlen von ungefähr derselben Größe. Die Härtemessungen nach der photographischen Methode sind jedoch nicht genau genug, um sichere Schlüsse hierüber ziehen zu lassen, da der gefundene Härteunterschied außerhalb der Meßgenauigkeit liegt. Mit einer elektrischen Methode, die wohl von den Zufälligkeiten der photographischen Methode, besonders den Plattenfehlern, verschieden harte Entwicklung etc. frei ist, werden diese Versuche wieder aufgenommen und es wird dann darüber berichtet werden.

Φ	ohne Al	mit Al	Schleier	k
50 mm	1,78	0,88	0,45	3,53 cm^{-1}
57,5 mm	2,02	0,79	0,45	4,71 cm^{-1}
74 mm	0,69	0,53	0,45	3,23 cm^{-1}
86 mm	0,84	0,55	0,45	3,89 cm^{-1}

Barkla findet für die Durchdringungsfähigkeit der Eigenstrahlung des Zinks einen wesentlich kleineren (für k also einen wesentlich größeren) Wert. Den Schluß nun daraus zu ziehen, daß wir es hier überhaupt nicht mit einer Eigenstrahlung zu tun haben, halten wir jedoch vorderhand nicht für unbedingt notwendig. Die folgende Tatsache spricht eher für eine Fluoreszenzstrahlung, die aber möglicherweise schon in der Primärstrahlung enthalten ist; die gleiche Härte der Strahlen beim Zinksulfid und Diamant läßt dies letztere vermuten. Während der Expositionszeit schwankte nämlich die Härte der Primärstrahlen besonders bei älteren Röhren, die ziemlich aufgebraucht waren und daher oft regeneriert werden mußten, in beträchtlicher Weise (von 6—12 Wehnelt). Dennoch blieben, wie die Photogramme zeigten, die sekundären Flecken scharf begrenzt und unverrückt. Eine Vergleichung der Härte der auf verschiedenen Ringen liegenden Strahlen untereinander läßt vermuten, daß diese von verschiedenem Durchdringungsvermögen sind. Es wäre dies freilich auch dann nicht auffallend, wenn es sich um Eigenstrahlung des Kristalles handeln sollte: denn da ja der Kristall aus Zink- und aus Schwefelatomen aufgebaut ist, so können sowohl die Zinkatome wie die Schwefelatome Strahlungen aussenden, die nach den sonstigen Erfahrungen von verschiedener Härte sind. Stammt die Eigenstrahlung aus der Antikathode selbst, so sind nach Barkla bei Platin tatsächlich mehrere Strahlungen zu erwarten.

Zum Schluß wollen wir besonders Herrn Prof. A. Sommerfeld, in dessen Institut diese Arbeit ausgeführt ist, für die bereitwillige Beschaffung der Apparate sowie sein stetiges Interesse und seine fördernden Ratschläge unseren herzlichsten Dank aussprechen. Wir möchten bei dieser Gelegenheit auch nicht versäumen, Herrn Geheimrat Röntgen und Herrn Geheimrat v. Groth für Überlassung von wertvollen Kristallen und Apparaten, sowie ihr reges Interesse ebenfalls verbindlich zu danken.

München, Institut für theor. Physik der Universität.



Fig. 1

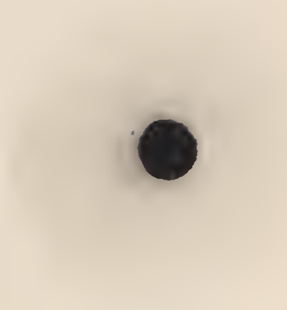


Fig. 2



Fig. 3



Fig. 4

LICHTDRUCK CARL KUHN, MÜ



Fig. 5

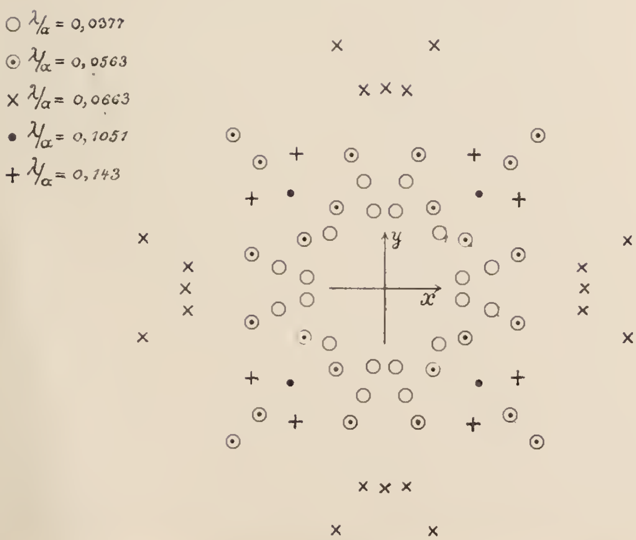


Fig. 6



Fig. 7



Fig. 8

LICHTDRUCK CARL KUHN, MÜNCHEN.



Fig. 9



Fig. 10

LICHTDRUCK CARL KUHN, MÜNCHEN



Fig. 11



Fig. 12